Miesięcznik matematyczno-przyrodniczy • nr 7 (78) • 1988 •

SZKIEŁKO I OKO

ISSN 0239-6653



Zadania



1. Znajdź wszystkie trójki liczb rzeczywistych x, y, z takie, że

$(y+z)\cdot(x+y+z)=4$
$(z+x)\cdot(x+y+z)=6$
$(x+y)\cdot(x+y+z)=8$

2. h_a, h_b, h_c oznaczają długości wysokości trójkąta; a, b, c oznaczają długości jego boków. Udowodnij, że

$$(h_a+h_b+h_c)\cdot\left(\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}\right)=$$
$$=(a+b+c)\cdot\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

3. Czy to prawda, że jeśli dowolny wypukły czworokąt rozetniemy wzdłuż odcinków łączących środki przeciwległych boków, to z otrzymanych części zawsze ułożymy równoległobok?



1. Czy za pomocą lodu można rozniecić ogień?



1. Niekiedy spotyka się nad brzegami rzek, stawów i jezior kopce z zeschłych roślin wodnych. Kto je zbudował?



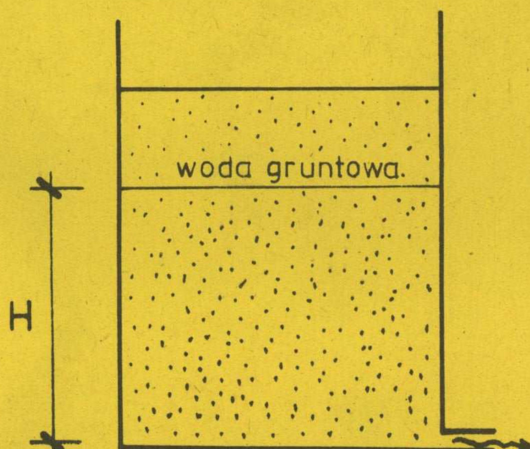
2. Co to jest?



Tajemnica źródła

Czy zastanawialiście się, skąd się biorą źródła? Czy źródła wysychają?

W podaniach ludowych i literaturze źródła były symbolem świeżości, czystości, a ponadto otoczone były pewną tajemnicą. Aby poznać tajemnicę źródła wykonajmy proste doświadczenie. Do zbiornika, w którego bocznej ścianie jest niewielki otwór nasypmy na przykład piasku. Równocześnie dodajmy do zbiornika pewną ilość wody. Zgodnie z prawem ciężkości nastąpi wypływ wody ze zbiornika przez mały otwór (rysunek 1). Objętość wypływającej wody będzie zależna od ilości (a więc poziomu) wody w zbiorniku oraz właściwości materiału wypełniającego zbiornik.



Odpływ spowoduje obniżanie poziomu wody zawartej w gruncie, a w rezultacie objętość wypływającej wody będzie się zmniejszać.
Jeżeli nie uzupełnimy wody w zbiorniku, odpływ po pewnym czasie ustanie. Podobnie jest ze źródłami. Każde źródło ma swój zbiornik. Rozmiary tego zbiornika wyznacza budowa geologiczna terenu. Zbiornik ten mogą stanowić: rumowiska skalne, spękane skały, piaskowce i tym podobne. Mogą one, dzięki porowatości zgromadzić pewną ilość wody. Napełnianie zbiornika ma miejsce w okresie intensywnych opadów lub roztopów wiosennych. Nagromadzona w ten sposób woda nosi nazwę wody podziemnej lub gruntowej.

Pojawienie się źródła uzależnione jest od układu warstw geologicznych. Miejsce, w którym woda podziemna w sposób naturalny wydostaje się na powierzchnię terenu nazywamy źródłem.
W zależności od budowy geologicznej wyróżnia się źródła: warstwowe, szczelinowe, uskokowe i krasowe. Rysunki 2, 3, 4 i 5 przedstawiają istotne cechy tych typów źródeł.



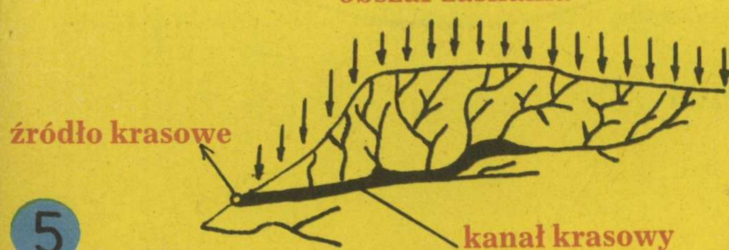
2



3



4



5

U podnóża skarpy pojawiają się źródła. Nazywamy je źródłami stokowymi.





Czy to jest źródło? Nie, to tylko zjawisko krasowe występujące w skałach wapiennych. Te przedstawione na zdjęciu „niby źródła" znajdziecie w Dolinie Kościeliskiej.



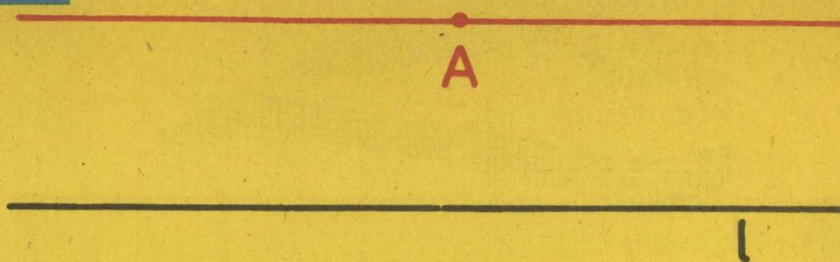
Czy źródła wysychają? Źródła mające stosunkowo niewielkie zbiorniki mogą po dłuższych okresach suszy znacznie zmniejszyć swoją wydajność aż do całkowitego wyschnięcia.

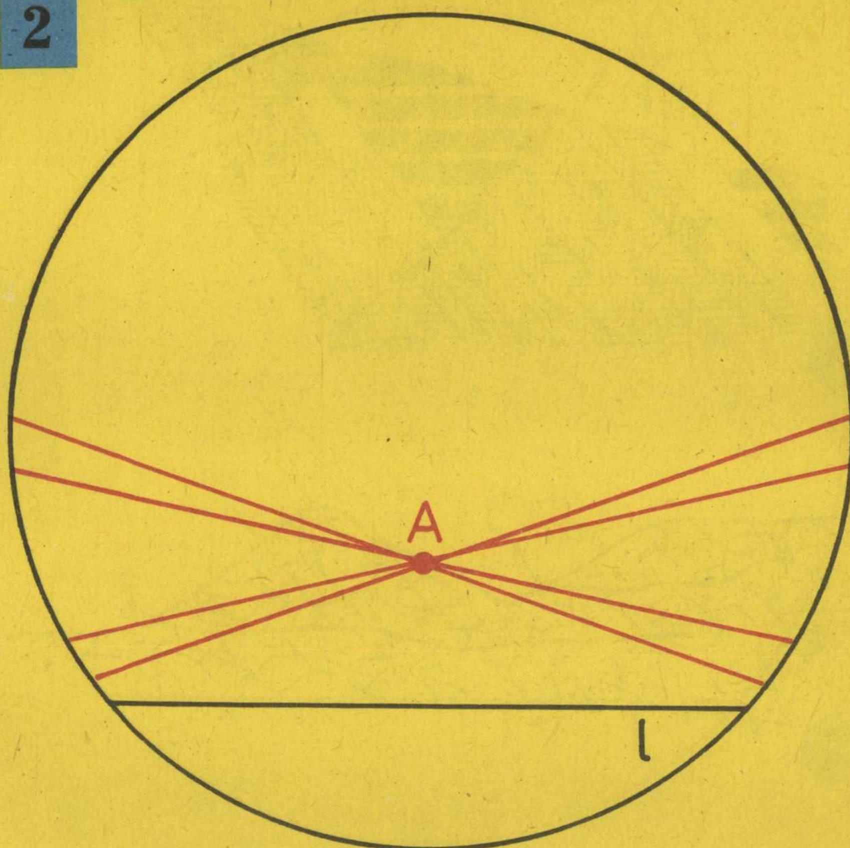
Naturalnie w okresach pojawienia się większych opadów lub roztopów następuje uzupełnienie wody w zbiorniku, źródło ożywa. Często działalność człowieka narusza istniejące stosunki wodne w gruncie, na przykład przez meliorację, co powoduje bezpowrotne zanikanie źródeł.

Tadeusz BEDNARCZYK

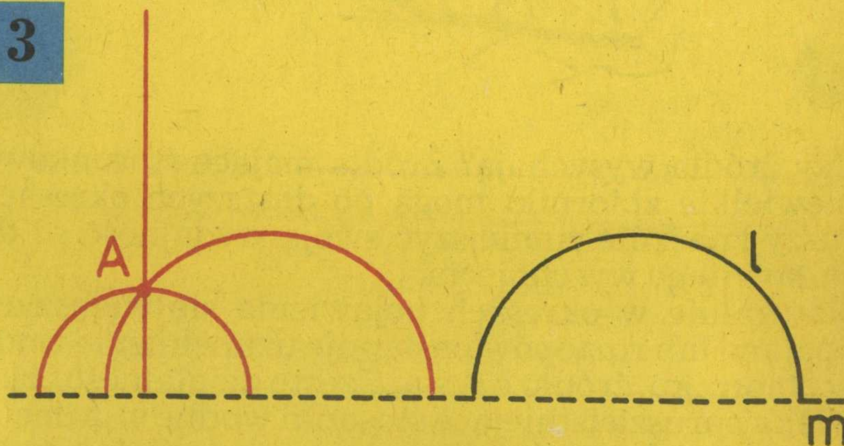
Geometria inna niż w szkole

Rysując na kartce prostą l i punkt A (nie leżący na tej prostej) postawmy sobie następujące pytanie. Ile prostych można poprowadzić przez punkt A tak, aby proste te nie miały punktów wspólnych z prostą l?
Odpowiedź pada natychmiast. Oczywiście tylko jedna prosta spełnia przyjęty warunek (patrz rysunek 1). Tym między innymi łatwym na pierwszy rzut oka zagadnieniem zajął się w swym słynnym dziele „Elementy" starożytny matematyk grecki Euklides. Zauważony przez nas fakt nazwany został piątym postulatem, jako że było to jedno z pięciu przyjętych bez dowodu twierdzeń (pewników) wyznaczających opisywaną przez Euklidesa geometrię. Dzieło tego matematyka, powstałe około 300 roku przed naszą erą, do dziś fascynuje wielu ludzi. Do drugiej połowy XIX wieku szczególnie wiele emocji wzbudzał właśnie piąty postulat.
Już bowiem starożytni matematycy tacy jak Pappos czy Proklos zastanawiali się, czy umieszczenie tego pewnika jest naprawdę konieczne, czy też może da się go wyprowadzić z pozostałych czterech postulatów tak, jak inne twierdzenia tej teorii. Tego rodzaju próby były prowadzone aż do XVIII stulecia. Wszystkie kończyły się niepowodzeniem.
W XVIII wieku bardziej przenikliwi matematycy wpadli na pomysł, aby piąty postulat zastąpić nowym pewnikiem o przeczącej mu treści. Brzmiał on następująco: „Istnieje prosta i punkt do niej nie należący, przez który przechodzi więcej niż jedna prosta z nią rozłączna". Okazało się później, że po takiej zamianie otrzymuje się zupełnie inną geometrię, znacznie różniącą się od tej, którą na podstawie swoich pewników zbudował Euklides. Matematycy, którzy pierwsi odkryli tę nową geometrię, odrzucili ją jako sprzeczną z przyjętymi intuicjami.





Model Kleina



Modele geometrii nieeuklidesowych. Przez punkt A przechodzi nieskończenie wiele prostych rozłącznych z prostą l.

Tymi, którzy pierwsi uwierzyli w poprawność nowej teorii i w ten sposób zakończyli trwający wiele stuleci spór o piąty postulat byli Węgier János Bolyai i Rosjanin Nikołaj Łobaczewski.

W ich geometrii kartka czy tablica nie mogą już być modelami płaszczyzny, jest nim za to na przykład wnętrze koła. Aby w tak wybranym modelu spełnione były wszystkie aksjomaty nowej geometrii, prostą trzeba nazwać każdą cięciwę tego koła (bez jej końców). Model ten zaproponował matematyk Feliks Klein, a problem prostych rozłącznych z daną prostą l przedstawia się tak, jak na rysunku 2. To samo zagadnienie można zaprezentować na innym jeszcze modelu. Przyjmijmy jako płaszczyznę nowej geometrii półpłaszczyznę otwartą opartą na prostej m (rysunek 3). Prostymi zaś niech będą półokręgi o środkach leżących na prostej m oraz półproste prostopadłe do m. Jak pokazuje rysunek 3 i w tym przypadku przez punkt A możemy poprowadzić nieskończenie wiele prostych rozłącznych z daną prostą l. Problem niezbędności piątego postulatu został więc rozwiązany. Zastąpienie tego pewnika jego zaprzeczeniem doprowadziło do powstania zupełnie innej geometrii. Skoro tak, nasuwa się pytanie, którą geometrię uprawiać, która poprawnie opisuje świat, w którym żyjemy. Intuicja podpowiada nam, że otaczającą nas przestrzeń lepiej opisuje geometria Euklidesa. Prace matematyków i fizyków zajmujących się tymi zagadnieniami przekonują nas jednak, że ta druga, dziwna geometria jest także poprawnym i równouprawnionym sposobem opisu „szerokiego świata". Przydatna jest zwłaszcza, gdy mówimy o Wszechświecie jako całości lub gdy w grę wchodzą olbrzymie obszary Kosmosu. Na co dzień korzystamy oczywiście ze starej dobrej geometrii, której postulaty podał genialny Euklides z górą dwa tysiące lat temu.

Marek LEWICKI

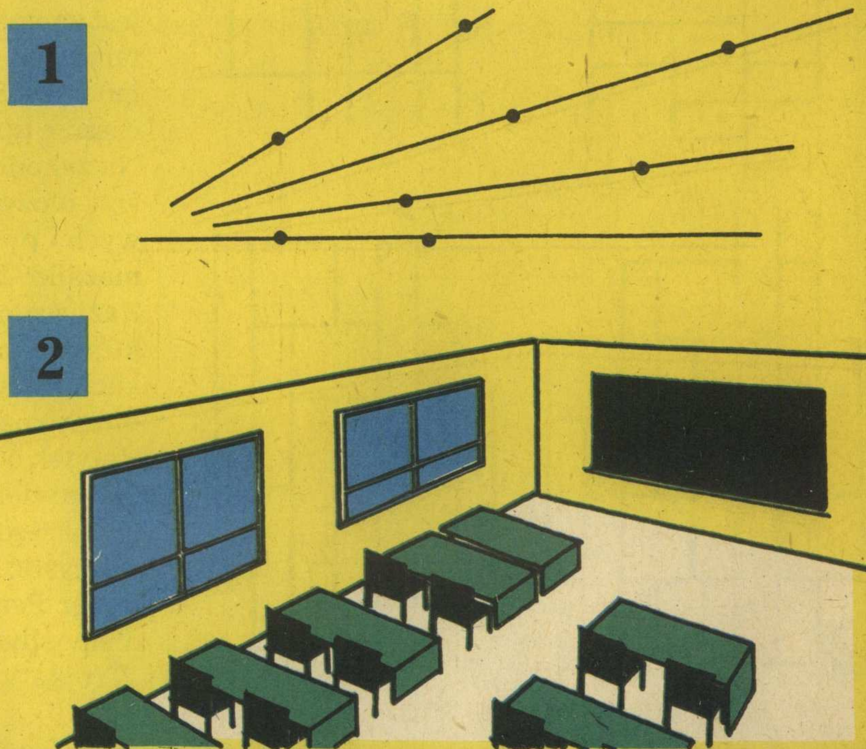
Punkty i krzesła

Najpierw narysujcie na kartce kilka kropek i linii prostych wyznaczonych przez niektóre pary punktów (rysunek 1). A teraz wyobraźcie sobie klasę, w której przy każdym stoliku stoją po dwa krzesła (rysunek 2). Zastanówcie się, jakie są wspólne cechy obu rysunków. Jakie zależności zachodzą między punktami i prostymi oraz krzesłami i stołami? Na pewno znajdziecie wiele podobieństw i różnic. Zauważcie również, że na rysunku 1 istnieją trzy punkty x_1, x_2, x_3, dla których nie ma takiej prostej y, aby x_1, x_2, x_3 leżały na y. Podobnie, w naszej klasie istnieją trzy krzesła x_1, x_2, x_3, dla których nie ma takiego stołu y, aby krzesła x_1, x_2, x_3 stały przy stole y.

Uzupełnijcie rysunki tymi oznaczeniami. Zastanówcie się, czy to podobieństwo można opisać ogólnie nie mówiąc nic o punktach czy też krzesłach. Okazuje się, że tak. Przeczytajcie uważnie następujące zdanie. **Istnieją trzy przedmioty x_1, x_2, x_3 rodzaju A, dla których nie ma takiego przedmiotu y rodzaju B, aby x_1, x_2, x_3 były w stosunku C do y.**

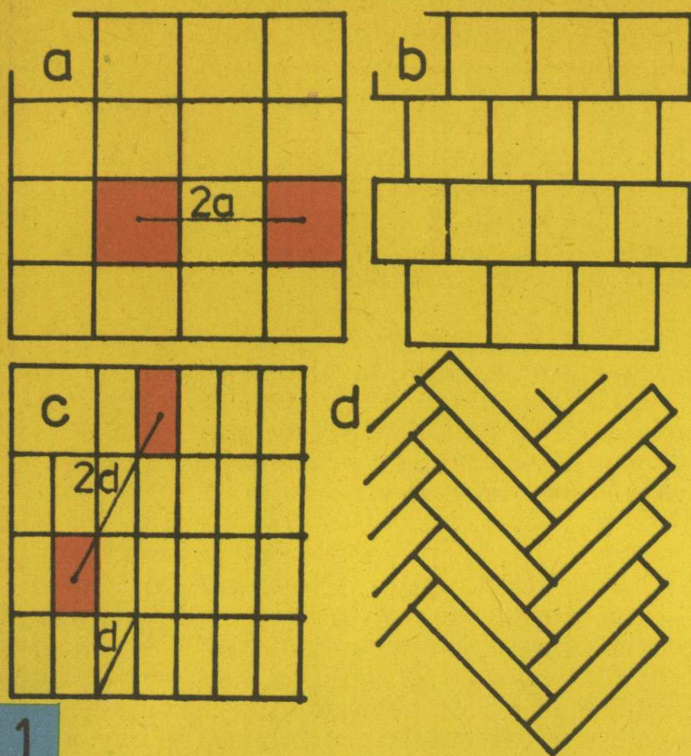
Nietrudno się domyślić, że rodzaj A obejmuje raz punkty, drugi raz krzesła. Do rodzaju B należą natomiast w pierwszym przypadku proste, w drugim zaś stoły. Stosunek C interpretujemy jako „leżeć na" dla punktów i prostej, albo „stać przy" dla krzeseł i stołu. Matematycy nazwaliby opisane na początku dwie interpretacje podkreślonego zdania jego modelami. Między zdaniem a jego modelem musi zachodzić pewna odpowiedniość, taka na przykład, jaka zachodzi między ciałem a ubraniem. Kiedy ubranie jest za duże lub za małe, nie nadaje się do noszenia. Podobnie, jak każdy człowiek ma wiele ubrań, również każde zdanie może mieć wiele modeli. Poszczególne wyrażenia zdania odnoszą się do odpowiadających im składników modeli. Dzięki temu zdanie mówi nam o stosunkach zachodzących między przedmiotami modelu.
Spróbujcie wskazać jeszcze jeden model podkreślonego zdania. Jedną z możliwych odpowiedzi znajdziecie wewnątrz numeru.

Jarosław STEPANIUK

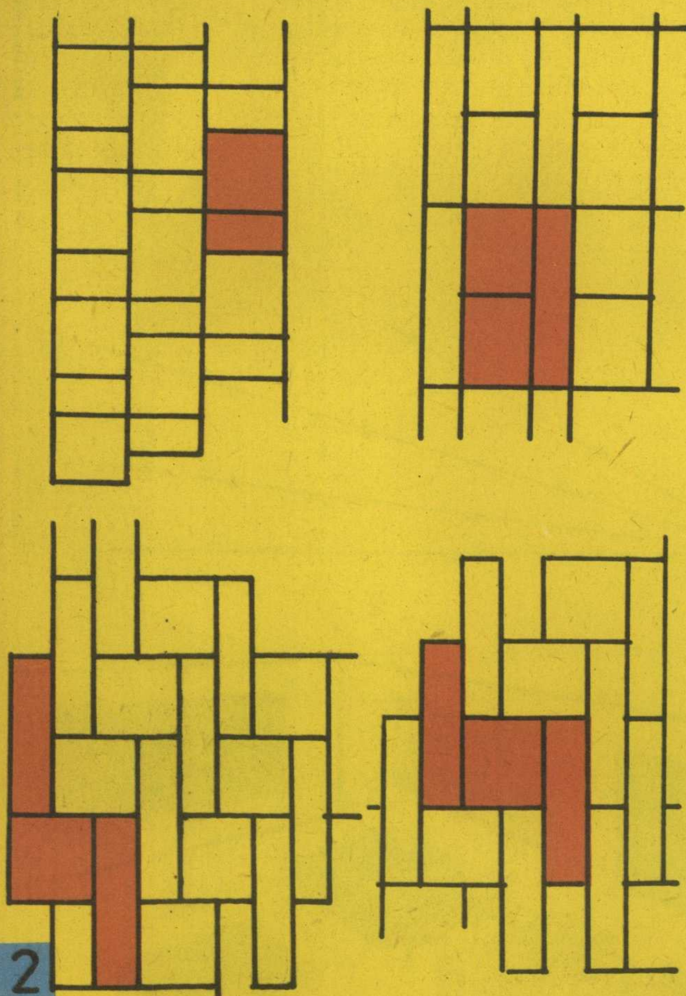


4H.Sz.

Mozaiki okresowe



Mozaiki okresowe



Przykłady wzorów okresowych i ich elementy podstawowe

Z pewnością zwróciliście kiedyś uwagę na sposób układania kafelków na ścianach lub podłogach w Waszych domach, w szkołach czy w urzędach. Typowymi elementami występującymi w takich mozaikach są płytki w kształcie prostokątów (kwadratów). W większości przypadków są one układane tak, aby żaden fragment wyłożonej kafelkami powierzchni nie był w szczególny sposób wyróżniony. W tym artykule chcemy właśnie opisać matematyczne własności takich mozaik. Spójrzcie na bardzo proste układy kafelków przedstawione na rysunkach 1a, 1b, 1c i 1d. Tego typu mozaiki nazywać będziemy okresowymi. Mają one szereg ciekawych własności.

Zauważcie na przykład, że odległość środka pewnego kafelka od środka innego jest wielokrotnością pewnej stałej liczby, charakterystycznej dla danego układu i wzajemnego położenia płytek. Dla dwóch kafelków wyróżnionych na rysunku 1a tą stałą liczbą jest długość boku kwadratu, a na rysunku 1c przekątna prostokąta. Wzór okresowy charakteryzuje się również tym, że jeśli w odpowiedniej odległości znajdziemy dwa kafelki jednakowego kształtu, to możemy być pewni, że odpowiednie boki obu płytek są równoległe. Odległość ta to oczywiście wielokrotność owej stałej liczby charakterystycznej dla danego układu i wybranego kierunku. Sprawdźcie, że wzory na rysunku mają tę własność. Nosi ona nazwę *uporządkowania kątowego*. Specjaliści zajmujący się wzorami okresowymi wyróżniają jeszcze jedną interesującą własność tych mozaik. Polega ona na tym, że jeżeli wzór okresowy przesuniemy w pewnym kierunku o wektor, którego długość jest wielokrotnością wspomnianej liczby charakterystycznej, to otrzymamy tak samo położoną mozaikę. Spełnienie tej własności oznacza jednocześnie uporządkowanie kątowe naszej mozaiki.

Na zakończenie zastanówmy się jeszcze, czy można ułożyć wzór okresowy z płytek kwadratowych i prostokątnych. Oczywiście, istnieją takie mozaiki. Niektóre z nich widzicie na rysunku 2. Zaznaczone są tam również kafelki podstawowe, których przesuwanie w odpowiednich kierunkach pozwala wyłożyć całą płaszczyznę. Spróbujcie znaleźć inne mozaiki okresowe utworzone z płytek o tych kształtach.

Przez wiele lat uważano, że w dziedzinie układania okresowych mozaik nie da się już nic nowego wymyślić. Dopiero w 1974 roku angielski fizyk Roger Penrose ułożył coś, co wielu uważało za niemożliwe. Ale o tym przeczytacie w artykule „Trójkąty Robinsona i mozaiki Penrose'a".

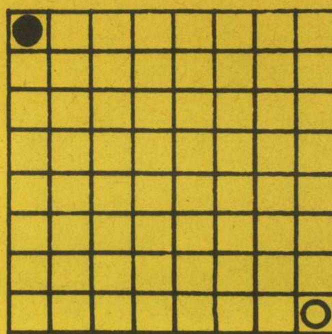
Wojciech SZUSZKIEWICZ

Gra w Maćka

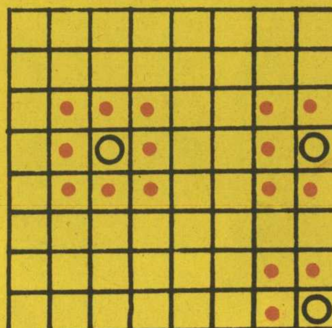


Do gry potrzebna jest zwykła szachownica (8×8 pól), dwa pionki (jeden biały i jeden czarny) oraz 62 (nieco mniejsze niż pole szachownicy) kwadraciki wycięte z kartonu. W grze biorą udział dwie osoby. Grający ustawiają swoje pionki w prawych dolnych rogach szachownicy (rysunek 1). Grę rozpoczyna grający pionkiem białym wykonując posunięcie składające się z dwóch elementów:

1. Należy przesunąć pionek poziomo lub pionowo na dowolne pole.
2. Należy położyć jeden kartonowy kwadracik na dowolnym polu sąsiadującym z naszym pionkiem, tym samym wykluczając to pole z dalszej gry.
Możliwość ułożenia kwadracika ilustruje rysunek 2.
Następnie posunięcie wykonuje drugi gracz pamiętając, by:
A. Nie przeskakiwać i nie stawać na polu wykluczonym z gry lub zajętym przez pionek przeciwnika.
B. Nie wykluczać z gry pola już wykluczonego lub zajętego przez pionek przeciwnika.
Kolejne posunięcia wykonują gracze na zmianę. Przegrywa ten, który nie może wykonać ruchu swoim pionkiem. Przykłady końcowych pozycji ilustrują rysunki 3 i 4.
Jeżeli znudzi Was ta gra, to łatwo można zmienić jej reguły. Na przykład pozwalając, by pionki poruszały się także po liniach ukośnych lub żądając, by pionki poruszały się po szachownicy tak, jak skoczki w szachach.



Ustawienie pionków przed rozpoczęciem gry



Kropki oznaczają pola, na których można położyć kwadracik.

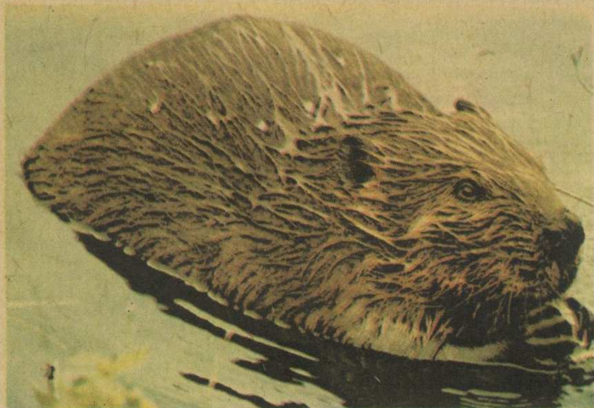
3

Białe przegrały, gdyż nie mogą wykonać ruchu pionkiem.

4

W tej pozycji białe przegrywają niezależnie od tego, czy posunięcie jest białych, czy czarnych.

BO



Bóbr zjadający roślinę wodną

Znane są dwa gatunki bobrów: bóbr europejski i bóbr kanadyjski. W Polsce spotykamy obecnie bobra europejskiego. Przed II wojną światową w rzece Pasłęce żyły sprowadzone z Ameryki Północnej bobry kanadyjskie. Jednak w czasie wojny zostały wytępione i przypuszcza się, że obecnie nie występują one w Polsce.

Bobry należą do zwierząt, które trudno jest obserwować. Aktywne są niemal wyłącznie nocą. Mają znakomity węch i wyostrzony słuch. Wyśmienicie pływają i nurkują, mogą przebywać pod wodą 10—20 minut. Te niezwykle ciekawe pod względem biologii zwierzęta prowadzą ziemnowodny tryb życia. Żywią się łykiem drzew i krzewów, w tym szczególnie upodobały sobie osikę, wierzbę i topolę. Ten rodzaj diety dotyczy całego roku. Od grudnia do marca jadają także dąb i brzozę, a w okresie od grudnia do czerwca — sosnę. Bobry nie zapadają w sen zimowy.

Zimą, zwłaszcza kiedy wody zostają skute lodem, korzystają ze zgromadzonych wcześniej zapasów drewna w postaci pni i gałęzi, które umieszczają pod wodą nie opodal swojej nory. Znamienna jest monogamiczność bobra, co oznacza, że raz skojarzona para zostaje ze sobą na całe życie. Młode bobry rodzą się (zwykle para) w maju albo w czerwcu.

Przez pierwsze cztery tygodnie żywią się mlekiem matki. Później zaczynają próbować innego pokarmu, którym są początkowo miękkie części roślin wodnych. Dojrzałość płciową osiągają w trzecim roku życia, a ich ciężar dochodzi wtedy do 20—30 kilogramów. Aż do uzyskania dojrzałości młode żyją razem z rodzicami. Później opuszczają rodzinną „zagrodę" i udają się na pełne niebezpieczeństw poszukiwania dożywotniego współmałżonka.

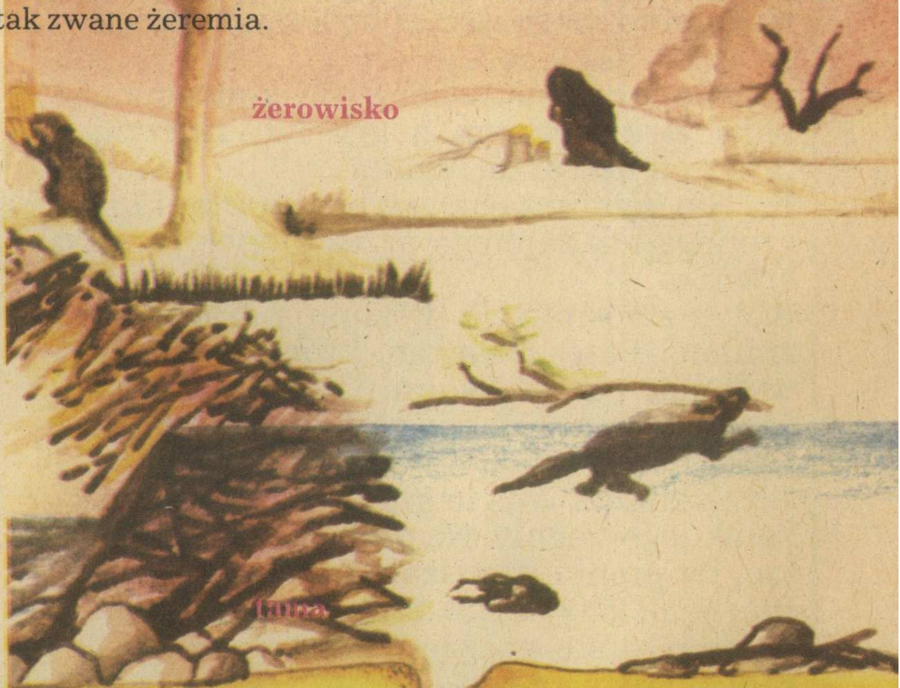
Wzajemne spotkanie nowożeńców to nie koniec trosk. Trzeba teraz znaleźć odpowiednie własne miejsce na założenie mieszkania zgodnie z bobrzym gustem. A o to wcale nie łatwo. Charakterystycznym mieszkaniem bobrzej rodziny są domki, tak zwane żeremia.



Zdarza się, że bobry nacinają i takie kolosy, jak widoczna na zdjęciu wierzba.



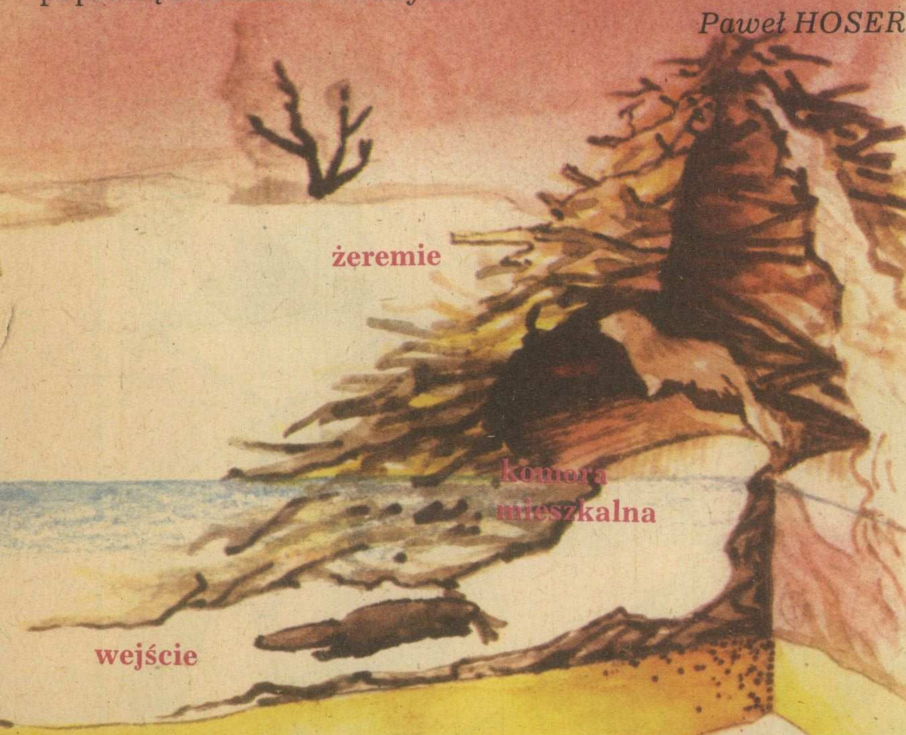
Bobry przystosowują się do zmienianego ciągle przez człowieka środowiska. Oto tama zbudowana w poprzek rowu melioracyjnego.



RY

Są to nawodne lub przybrzeżne budowle zawierające komorę mieszkalną położoną powyżej lustra wody, do której wejście umieszczone jest pod wodą. Bobry wznoszą je z okorowanych gałęzi. Wielkość budowli może wzbudzić zdumienie.
Średnica mierzona u podstawy wynosi około 3 metrów, a wysokość przekracza 1,5 metra. Domki kształtem przypominają kopułę. Gałęzie i paliki są odpowiednio przycięte, starannie poprzetykane i splecione. Tak przygotowane rusztowanie jest dodatkowo utkane szuwarami i oblepione szlamem. Rokrocznie przed zimą bobry przystępują do generalnego remontu swojej rezydencji, aby w spokoju spędzić trudny okres zimowy.
Wznoszenie żeremi nie jest regułą. Niektóre bobrze rodziny zamieszkują pod ziemią. Budują wówczas, nawet z dala od brzegu, komorę stanowiącą zakończenie nory, której wylot znajduje się w wodzie. Komora zostaje zadaszona odpowiednio ułożonymi gałęziami. Na terenach zamieszkałych przez bobry obserwuje się okrągłe otwory w ziemi odległe o kilkanaście metrów od brzegu. Otwory prowadzą do nor, których wyjście znajduje się pod powierzchnią wody. Tak więc pożywiający się lub pracujący w lesie przy ścinaniu i obróbce drzew bóbr, kiedy zostaje spłoszony, ma zapewnioną skrytą drogę ucieczki do wody. Kanały te są również wykorzystywane do transportu kawałków drzewa oraz jako letnie rezydencje. Od dawna zastanawiała ludzi przemyślność bobrów, w tym umiejętność przeobrażania przez nie środowiska, jeżeli istniejące nie odpowiada ich warunkom bytowania. Na niewielkich rzeczkach bobry budują tamy, dzięki którym uzyskują odpowiednie rozlewisko. Jako budulca używają torfu, patyków i trawy. Budowa tych tam ma kolosalne znaczenie w dużych kompleksach leśnych wpływając w istotny sposób na poprawę stosunków wodnych.

Paweł HOSER





Gdy bóbr płynie, z wody wystaje tylko głowa

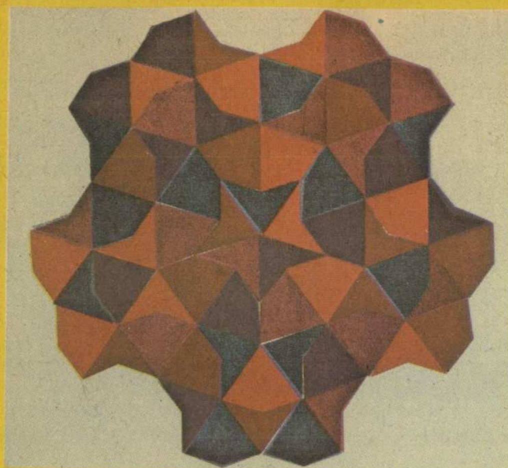


Żeremie bobrów w nadrzecznych zaroślach wierzbowych. Ścieżkę wiodącą do żeremia bobry wydeptały wychodząc na żer.



Żeremie bobra na jeziorze z kanałem prowadzącym na żerowisko

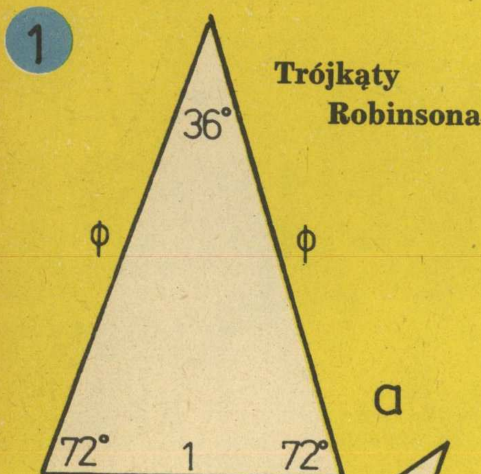
Trójkąty Robinsona i mozaiki Penrose'a

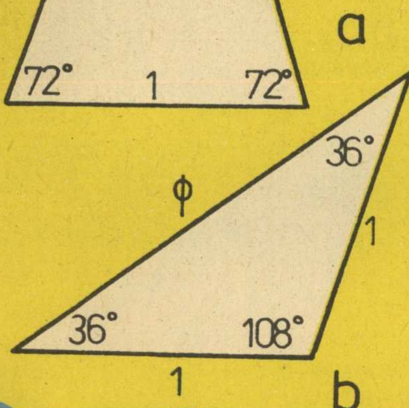


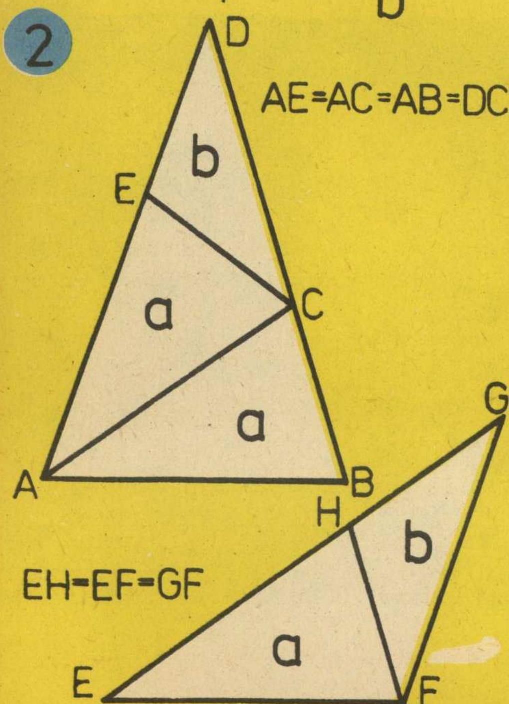
Kolorowa mozaika Penrose'a

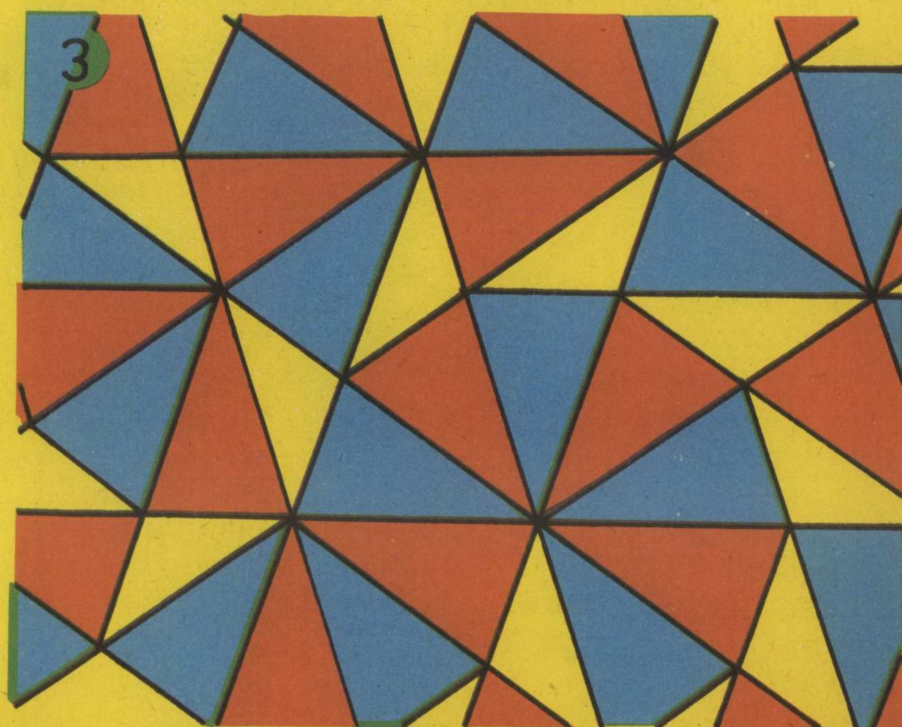
Matematycy interesują się mozaikami z wielu powodów. Kolorowe wzory znajdują zastosowanie na przykład przy opisie budowy substancji krystalicznych. Nas jednak przede wszystkim interesować będą ich matematyczne własności. W artykule tym zajmiemy się układaniem ciekawych mozaik z dwóch różnych trójkątów. Widzimy je na rysunku 1. Obie figury są trójkątami równoramiennymi. Ponadto stosunki długości ramienia do długości podstawy wynoszą dla nich odpowiednio φ i $\frac{1}{\varphi}$. Liczba φ jest niewymierna i wynosi $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Wyznacza ona tak zwany „złoty podział odcinka", o którym opowiadaliśmy w numerze 4/86. Trójkąty 1a i 1b noszą nazwę trójkątów Robinsona. Poznamy teraz dalsze ich własności.

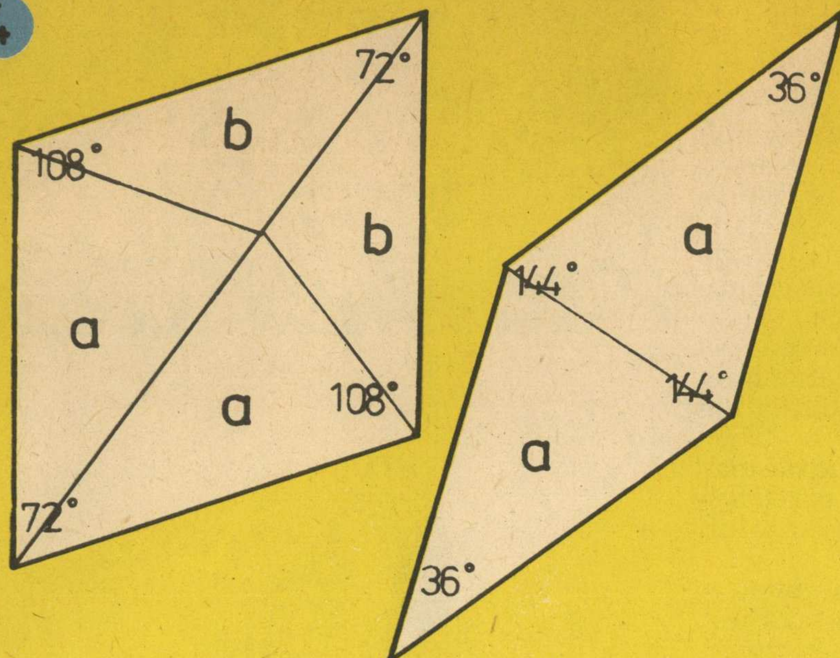
W trójkącie 1a poprowadźmy dwusieczną kąta DAB. Przetnie ona ramię $\overline{DB}$ w punkcie C. Następnie na ramieniu $\overline{AD}$ zaznaczmy punkt E taki, by odcinki $\overline{AC}$ i $\overline{AE}$ były przystające. W wyniku tych konstrukcji otrzymamy podział trójkąta 1a na trójkąty podobne do trójkątów Robinsona. Podobną własność ma trójkąt 1b. Odpowiednie ilustracje widzimy na rysunku 2. Jest rzeczą oczywistą, że figury z rysunku 1 mogą posłużyć do układania nowych trójkątów, również do nich podobnych. W przypadku trójkątów Robinsona ten rodzaj konstrukcji można przeprowadzać w nieskończoność, co oznacza, że naszymi trójkątami możemy pokryć całą płaszczyznę. Jedno z nieskończenie wielu możliwych ułożeń pokazujemy na rysunku 3.

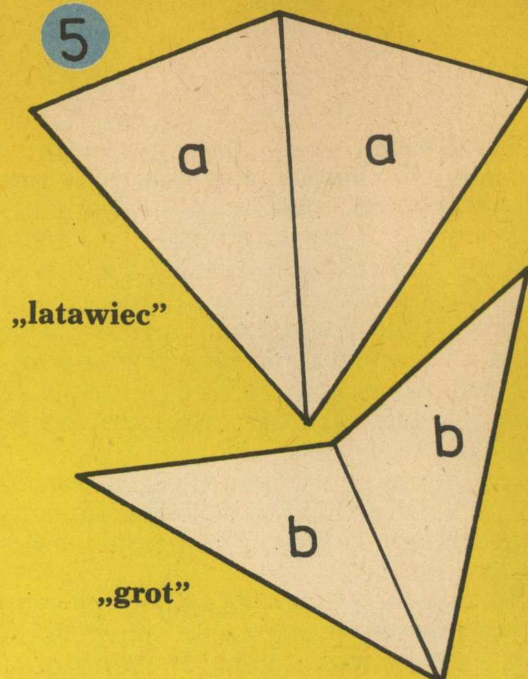








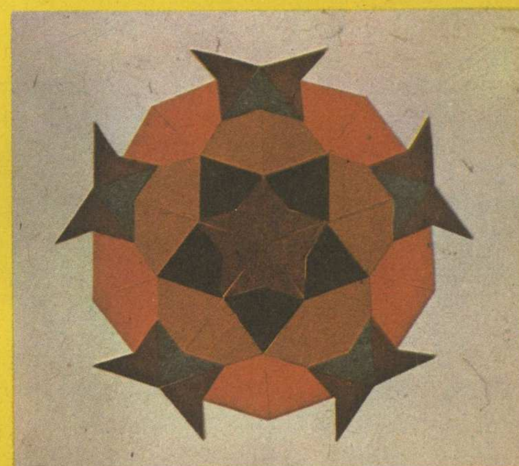




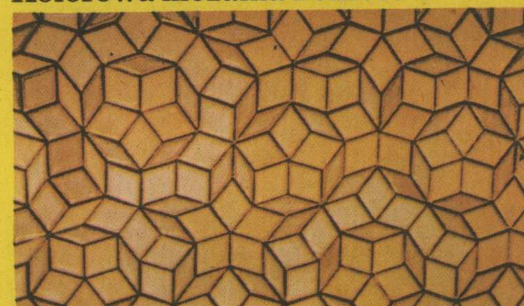
Zwróćcie uwagę na sposób, w jaki tworzy się takie mozaiki. Chodzi w nim o ciasne przyleganie do siebie krawędzi figur, a także o to, by ich wierzchołki nigdy nie leżały na bokach innych wielokątów. Łatwo jest zauważyć, że otrzymana mozaika nie ma żadnej osi symetrii ani środka symetrii. Nie istnieją też przekształcenia, w wyniku których mozaika ta nałoży się na siebie. Można co najwyżej udowodnić, że dowolny skończony jej fragment powtarza się w innych częściach mozaiki, i to nieskończenie wiele razy.

Z trójkątów 1a i 1b złóżmy teraz romby o bokach długości 1. Przedstawia je rysunek 4. Z nich także można ułożyć mozaikę wypełniającą całą płaszczyznę, co widzimy na zdjęciu. Odkrył ją w 1974 roku angielski fizyk Roger Penrose. Jego wzór ma wiele zaskakujących własności, które łatwiej Wam będzie dostrzec po przeczytaniu artykułu „Mozaiki okresowe". Mozaika Penrose'a nie jest okresowa, ma natomiast uporządkowanie kątowe — własność, jak sądzono, przypisaną tylko wzorom okresowym. Jeżeli trójkąty Robinsona złożymy nieco inaczej, możemy z otrzymanych figur uzyskać mozaiki, których fragmenty mają środek symetrii. Rysunek 5 przedstawia takie właśnie wielokąty. Wytnijcie większą ich liczbę z kolorowego papieru, a następnie spróbujcie ułożyć z nich ciekawy wzór. Być może ktoś z Was poszuka innego sposobu układania trójkątów, niż zaprezentowane na zdjęciach. Jeżeli zechcecie podzielić się z nami wynikami swojej pracy, napiszcie. Chętnie opublikujemy najładniejsze mozaiki.

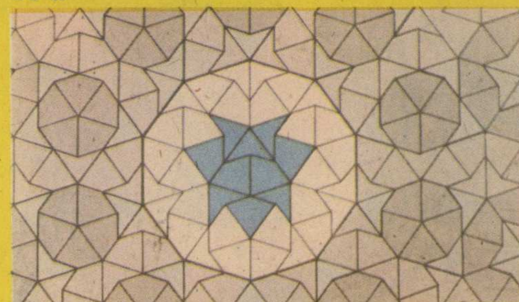
Marek PISARSKI



Kolorowa mozaika Penrose'a



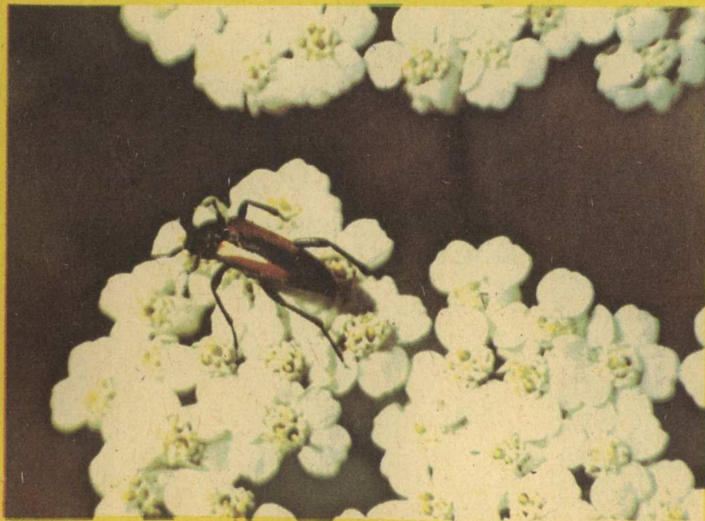
Fragment glazury ułożonej z kafelków odkrytych przez Rogera Penrose'a



Wzór pośrodku tej mozaiki nazwano „nietoperz"

Czy to też jest medycyna?

Współczesna medycyna dysponuje olbrzymim arsenałem leków stosowanych przy różnych schorzeniach. Nad opracowaniem receptury niektórych leków pracuje cały sztab specjalistów. Chory człowiek idzie do lekarza, konsultuje się, kupuje lekarstwo w aptece, przyjmuje je i pozostaje tylko czekać na poprawę zdrowia.
A jak to jest ze zwierzętami żyjącymi na wolności, gdy nie mogą uzyskać porady u lekarza i nie mają aptek? A może zwierzęta na wolności nie chorują?
O nie, zwierzęta popadają często w różne tarapaty w czasie wzajemnych bójek, ucieczki przed napastnikiem, kaleczą swoje nogi i ciało o skały lub ostre kolce.
Okazuje się, że zwierzęta mają swoje apteki z dość pokaźnym zapasem leków. Ich apteką jest las z całym bogactwem różnych ziół. Chore zwierzęta korzystają z przyrodolecznictwa od niepamiętnych czasów utrzymując się w dobrym zdrowiu.
Zauważono, że wilki po spożyciu zepsutego mięsa cierpią na dokuczliwe bóle brzucha. Już pierwsze burczenie w brzuchu jest dla nich sygnałem do szybkiego szukania naturalnego leku wymiotnego, leku, który uwolni ich żołądek od szkodliwej zawartości. Skuteczne okazuje się spożycie jak największej ilości pokrzyw. Musi to być na tyle duża dawka tego leku, aby wywołać u wilka odruch wymiotny.
Podobne zachowanie można zaobserwować i u naszych czworonożnych pupilów: psów i kotów.
Chore na żołądek owce znajdują ulgę w swoich dolegliwościach po spożyciu krwawnika pospolitego.
Jelenie i sarny, jeśli tylko cierpią na zbyt przyspieszoną aktywność jelit, spożywają korę z drzew. Zawiera ona związki garbnikowe mające działnie antybiegunkowe.



Krwawnik pospolity występuje w Polsce na suchych łąkach, pastwiskach i miedzach. Jego kwiaty zapylane są przez muchy, motyle i chrząszcze. Na zdjęciu chrząszcz stragnalia na kwiatach krwawnika pospolitego.



W ojczyźnie reniferów — tundrze — porosty tworzą krzaczaste kępy. Na zdjęciu porost chrobotek.



Rdest wężownik rośnie w Polsce na wilgotnych łąkach.

Chore na żołądek pingwiny zjadają kryla (skorupiak). Kryl bowiem odżywia się pewnego rodzaju glonami zawierającymi antybiotyk leczący dolegliwości przewodu pokarmowego pingwinów.
Liczne okaleczenia ciała zwierzęta leczą stosując różnego rodzaju „okłady". I tak ranne sarny i jelenie chętnie leżą na miękkim leśnym materacu z mchów. Okazało się, że w mchach zawarte są związki o silnym działaniu bakteriobójczym. Podobne właściwości mają również porosty, którymi leczą okaleczenia renifery.
Foki leczą poranione ciała przeciskając się przez podwodne łąki morszczynu. W morszczynie oprócz antybiotyków stwierdzono również środki tamujące krwawienia. Zwinne kozice bywają też czasem okaleczone, wtedy leczą swoje rany ocierając je o kępki babki alpejskiej. Wiemy przecież, że będąc na wycieczce i nie mając plastra z opatrunkiem najlepiej na otartą nogę lub niewielkie skaleczenie przyłożyć liść babki. Niedźwiedzie grizli z Parku Narodowego w Yellowstone leczą swoje rany przez kilkakrotne zanurzenie się w źródłach siarkowych. Zwrócono uwagę, że żyjące w Kanadzie wilki znają i stosują w razie potrzeby roślinny środek przeciw jadowitym ukąszeniom węża. Okazał się nim być rdest wężownik, który jest żuty przez ukąszone zwierzę.
Jak widać żyjące na wolności i pozostające bez opieki lekarza zwierzęta nie są zupełnie bezradne wobec różnego rodzaju dolegliwości.

Róża KULICKA

Czy to zabawa?

W drodze do pracy przechodzę romantyczną alejką, wzdłuż której rosną jarzębiny. Szczególnie pięknie jest tam pod koniec lata, kiedy z drzew zwisają kiście czerwonych korali. Nie tylko ja dostrzegam piękno tego zakątka. Dostrzegają je również ptaki, szczególnie kwiczoły, które chętnie objadają smakowite czerwone owoce.

Pewnego dnia idąc alejką zauważyłam trzy ptaki siedzące nie na drzewie, ale chodzące po alejce i pracowicie, z dużą szybkością coś zbierające. Myślałam, że zbierają i zjadają owoce, które już opadły z drzew. Jakież było moje zdziwienie, kiedy zobaczyłam, że ptaki wrzucają sobie te owoce raz pod jedno raz pod drugie skrzydło. Czyżby to taki rodzaj zabawy? Ależ nie, kwiczoły wcale nie zbierały i nie wrzucały pod skrzydła jarzębiny. One starannie zbierały mrówki.

Ale po co podnosiły tak regularnie skrzydła?

W domu zaczęłam studiować odpowiednie książki, z których dowiedziałam się, że kwiczoły poddawały się kuracji antyreumatycznej. Otóż niektóre ptaki (kwiczoły, szpaki, kosy, zięby i inne) zbierają do dzioba po kilka mrówek, wszystkie głowami w jedną stronę. Następnie podnoszą skrzydło i wtedy mocniej przyciskają dziobem mrówki skierowane odwłokami ku skrzydłu. Z gruczołu jadowego umieszczonego w końcu odwłoka mrówki wytryskuje wtedy jak ze strzykawki pewna dość żrąca substancja. Jest to kwas mrówkowy mający wspaniałe własności antyreumatyczne.

Po zakończeniu zabiegu, kwiczoły odrzucają „puste" mrówki jako już niepotrzebne, ewentualnie zjadają je.
Musimy przyznać, że jest to bardzo zmyślna kuracja.

Róża KULICKA


Kos


Szpak


Kwiczoł

Rodzimy sukulent

Meksykańska pustynia jest królestwem kaktusów i innych sukulentów, czyli roślin, które wykształciły grube mięsiste organy nadziemne (łodygi lub liście), gdzie magazynują niezbędną do życia wodę. W tej strefie klimatycznej, w której woda jest dostępna tylko przez krótki czas i jest jej niewiele, trudno sobie wyobrazić przeżycie roślin nie potrafiących robić takich zapasów.

Ale przecież również w naszym kraju, w niektórych środowiskach występują okresowe niedobory wody. Może zatem i w rodzimej florze spotkać można sukulenty? Tak jest rzeczywiście, a jeden z gatunków chciałbym tu przedstawić.

W piaszczystych i suchych borach sosnowych, a także wśród ubogiej roślinności w zagłębieniach naskalnych, wyrastają grupowo półkuliste różyczki rojnika pospolitego. Na niżu nie jest to obecnie gatunek tak pospolity, jak wskazuje nazwa i nie we wszystkich okolicach spotykany bywa często.

Funkcję magazynu wody spełniają u rojnika zgrubiałe liście. Pojedyncza roślina osiąga do 5 centymetrów średnicy i kilka centymetrów wysokości. Kwitnie latem, ale rzadko spotyka się u nas kwitnące rojniki. Wykształcają wtedy pędy kwiatowe, które rosną w górę na wysokość do 4 centymetrów. Na nich znajdują się jasnożółte kwiaty.

Rojniki częściej rozmnażają się wegetatywnie tworząc nadziemne rozłogi, na których wyrastają małe, młode różyczki, które po pewnym czasie odłączają się i rosną samodzielnie. W ten sposób rojniki pokrywają niekiedy całymi płatami odpowiednie dla nich miejsca.

Grzegorz LESIŃSKI



Rojnik pospolity

Co to jest warunek?

Nie dziwią nas wypowiedzi „śmiech jest warunkiem dobrego humoru" czy „dobry humor jest warunkiem śmiechu". Spróbujcie jednak zapytać kogoś, kto mówi te zdania, co w takim razie jest warunkiem czego. Stworzycie kłopotliwą sytuację, bowiem podane grupy słów są z gatunku bełkotliwych, czyli naprawdę nic nie znaczą. Winę za to ponosi niezrozumiałe w takich użyciach słowo „warunek". Ci, którzy dbają o staranność mowy wiedzą, że należy mówić „warunek konieczny", „warunek wystarczający" czy „warunek dostateczny" zawsze, gdy z ust naszych wydobyło się już słowo warunek. Wtedy prawdą będzie, że śmiech jest warunkiem dostatecznym dobrego humoru, a ten jest warunkiem koniecznym śmiechu. Warunek wystarczający to to samo, co warunek dostateczny.

Wyczuć różnicę między warunkiem wystarczającym, a koniecznym jest bardzo łatwo. Zauważmy: prawdą jest, że zawsze, gdy się śmiejemy mamy dobry humor, ale zdarzają się chwile, w których nasz dobry humor godzi się z brakiem śmiechu.

Podana w tym tekście reguła formułowania zdań sensownych jest jak każda inna tylko warunkiem koniecznym uniknięcia niedorzeczności — zdania takie jak „dwa to warunek konieczny pralki" pozostaną nadal bełkotem.

Zastąpmy ciągi słów „jest warunkiem wystarczającym" oraz „jest warunkiem koniecznym" odpowiednio znaczkami $\supseteq$ i $\subseteq$ (są tacy, którzy wolą symbole => i <=). Co możesz powiedzieć o sensowności poniższych zdań?

Podkreśl te, które są nieprawdziwe — o prawdzie czy fałszu możemy orzekać tylko wtedy, gdy zetkniemy się ze zdaniem sensownym.

Piękny śpiew $\supseteq$ dobry słuch.
Dobry słuch $\supseteq$ piękny śpiew.
Jeżdżenie na nartach $\subseteq$ smaczne gotowanie.
Znajomość liter $\subseteq$ czytanie książek.

Wstaw brakujące znaki tak, by powstały zdania prawdziwe. Gdy możesz wpisać $\supseteq$ i $\subseteq$ w to samo miejsce, zastąp je symbolem =.

Ruch ... przyspieszenie.
Mat ... zwycięstwo w szachach.
Podzielność przez 10 ... parzystość.
Parowanie ... wrzenie.

Edward PIOTROWSKI

Rozwiązania zadań



1. Piżmak. Jest to gryzoń z rodziny nornikowatych prowadzący ziemnowodny tryb życia. Mieszka nad wodami stojącymi lub wolno płynącymi w norach lub kopcach z roślin wodnych.

2. Jest to narośl zwana czarcią miotłą. Ta choroba drzew wywołana jest przez grzyb *Taphrina*, który powoduje w miejscu zarażenia nadmierny rozrost tkanki rośliny zaatakowanej.
Czarcie miotły spotkać można na brzozie (na zdjęciu), grabie, olszy, sośnie.



1. Tak. Wystarczy wziąć bryłę lodu, wyszlifować ją na kształt soczewki optycznej i skupić z jej pomocą promienie słoneczne na przykład na suchej trawie. Soczewka z lodu ma własności skupiające takie, jak zwykła soczewka ze szkła.



1. Dodając stronami wszystkie równania otrzymujemy $2(x+y+z)^2=18$, a więc $x+y+z=\pm3$. Jeżeli $x+y+z=3$, to układ możemy zapisać w postaci:
$(3-x)\cdot3=4 \quad (3-y)\cdot3=6 \quad (3-z)\cdot3=8$
skąd $x=\frac{5}{3}$, $y=1$, $z=\frac{1}{3}$; jeżeli zaś
$x+y+z=-3$, to układ przybiera postać:
$(-3-x)\cdot(-3)=4$
$(-3-y)\cdot(-3)=6$
$(-3-z)\cdot(-3)=8$, czyli
$3\cdot(3+x)=4 \quad 3\cdot(3+y)=6 \quad 3\cdot(3+z)=8$
skąd $x=-\frac{5}{3}$, $y=-1$, $z=-\frac{1}{3}$.

2. Niech S oznacza pole trójkąta
$ah_a=2S;\quad a=\frac{2S}{h_a},\quad \frac{1}{a}=\frac{h_a}{2S}$
$bh_b=2S;\quad b=\frac{2S}{h_b},\quad \frac{1}{b}=\frac{h_b}{2S}$
$ch_c=2S;\quad c=\frac{2S}{h_c},\quad \frac{1}{c}=\frac{h_c}{2S}$ a stąd
$$(a+b+c)\cdot\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=2S\left(\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}\right)\cdot\frac{1}{2S}(h_a+h_b+h_c)$$

3. Tak. Prosty dowód tego twierdzenia zamieszczony jest na rysunku.



Szkiełko i Oko

miesięcznik matematyczno-przyrodniczy dla dzieci, wydawany przez Filię Uniwersytetu Warszawskiego w Białymstoku, za pośrednictwem Białostockiego Wydawnictwa Prasowego, przy poparciu Polskiego Towarzystwa Astronomicznego, Polskiego Towarzystwa Fizycznego i Polskiego Towarzystwa Matematycznego.

Nasz adres: ul. Lipowa 41, 15-424 Białystok, tel. 224-91 w. 29

WARUNKI PRENUMERATY:
Cena prenumeraty kwartalnej — 240 zł, półrocznej — 480 zł, rocznej 960 zł
Prenumeratę na kraj przyjmują oddziały kolportażowe RSW „Prasa-Książka-Ruch" oraz urzędy pocztowe i doręczyciele w terminach:
— do 10 listopada na I kwartał, I półrocze roku następnego i cały rok następny.
— do 1 dnia każdego miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty na pozostałe okresy roku bieżącego.
Instytucje i zakłady pracy zlokalizowane w miastach — siedzibach oddziałów RSW „Prasa-Książka-Ruch" zamawiają prenumeratę w tych oddziałach.
Czytelnicy indywidualni zamieszkali w miastach — siedzibach oddziałów RSW opłacają prenumeratę wyłącznie w urzędach pocztowych właściwych dla miejsca zamieszkania prenumeratora przy użyciu „blankietu wpłaty" na rachunek bankowy miejscowego oddziału RSW „Prasa-Książka-Ruch"
Na wsi i w miastach, gdzie nie ma oddziałów RSW, prenumeratę od instytucji, zakładów pracy i czytelników indywidualnych przyjmują urzędy pocztowe i listonosze. Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę przyjmuje RSW „Prasa-Książka-Ruch" Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, 00-958 Warszawa ul. Towarowa 28, konto NBP XV O/M Warszawa nr 1153-201045-139-11. Prenumerata zagraniczna pocztą zwykłą jest droższa od prenumeraty krajowej o 50% dla zleceniodawców indywidualnych o 100% dla instytucji i zakładów pracy.

Kwazikryształy

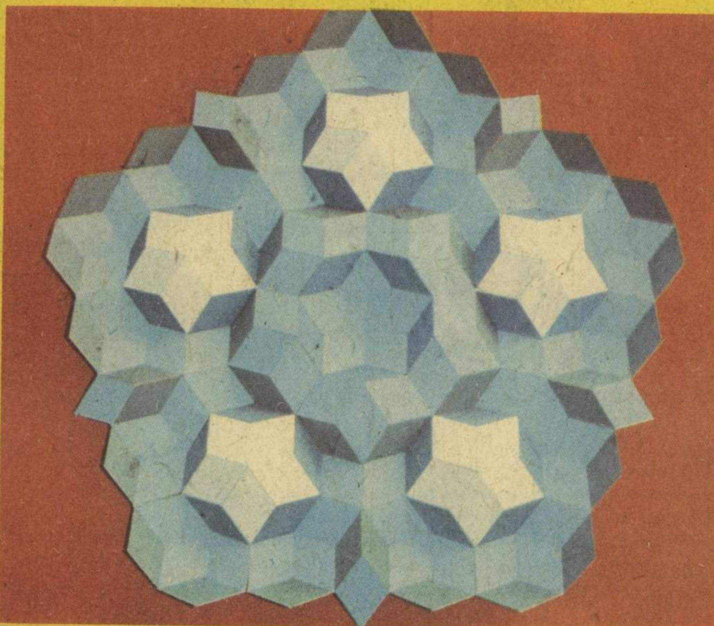
Wiecie już (artykuł o trójkątach Robinsona i mozaikach Penrose'a w tym numerze „Szkiełka i Oka"), jak zaskakującym i ciekawym było odkrycie, że płaszczyznę można pokryć kafelkami uzyskując nieokresową mozaikę.

Zaraz potem pojawiło się pytanie: czy istnieją takie cegiełki, które wypełniają trójwymiarową przestrzeń także nieokresowo? Okazuje się, że odpowiedź na to pytanie brzmi: tak, a udzieliła jej nam sama przyroda. Otóż odkryto niedawno (informację o tym opublikowano w listopadzie 1984 roku) nowy sposób uporządkowania atomów w ciele stałym, prowadzący do tworzenia się tak zwanych kwazikryształów. Podstawowymi elementami struktury kwazikrystalicznej są romboedry, czyli bryły o ściankach utworzonych z rombów. Są to, jak dotąd, jedyne znane cegiełki dające nieokresowe wypełnienie przestrzeni. Dzisiaj nie potrafimy jeszcze uzyskiwać dowolnie dużych kwazikryształów. Wydaje się jednak, że w najbliższej przyszłości problem ten zostanie rozwiązany. Należy się spodziewać, że dzięki nowemu sposobowi uporządkowania atomów, materiały kwazikrystaliczne będą miały nowe i być może ciekawe własności mechaniczne, jak na przykład twardość czy kruchość.

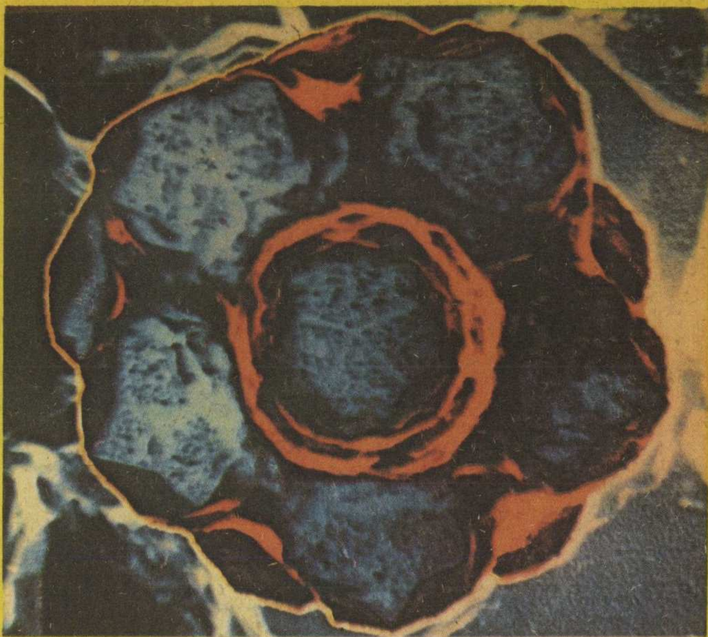
Odkrycie kwazikryształów stało się wielką sensacją w krystalografii — na pewno jedną z największych w drugiej połowie bieżącego stulecia.

Wojciech SZUSZKIEWICZ

Fotografia modelu warstwy kwazikryształu zbudowanego z romboedrów

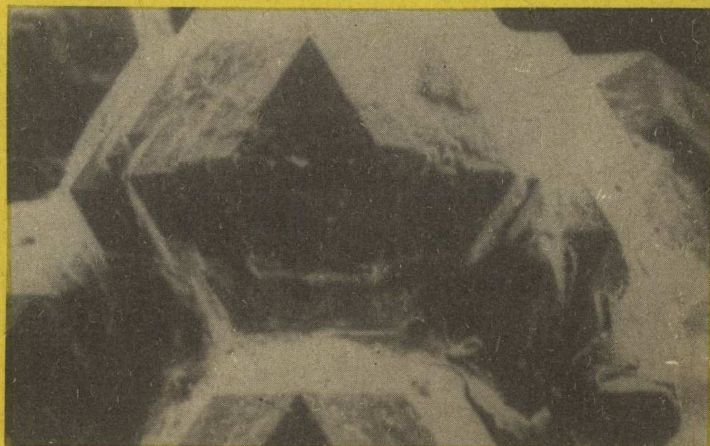


Tak wygląda zlepek małych bryłek kwazikrystalicznych oglądany pod mikroskopem.



Zdjęcia jednych z największych otrzymanych kwazikryształów o średnicach dochodzących do 1 milimetra





Punkty i krzesła — — odpowiedź

W tym numerze „Szkiełka i Oka" istnieją trzy fotografie, które nie są umieszczone na jednej stronie.

Nr indeksu: 37738 BZGraf. 466/88 Nakład 31 000 egz. E-7 Cena 80 zł